

Fraktálna klasifikácia skupín slnečných škvŕn

V. Karlovský, Hvezdáreň a planetárium Hlohovec

D. Rapavá, Hvezdáreň Rimavská Sobota

P. Rapavý, Hvezdáreň Rimavská Sobota

Abstrakt

Práca sa zaoberá charakterizáciou aktivity Slnka pomocou fraktálov. Je použitá Hausdorffova dimenzia, vnútorná a vonkajšia mierka na klasifikáciu skupín slnečných škvŕn. Počítačové spracovanie fotografických snímkov danou metódou objektivizuje klasifikáciu a v podstate vylučuje subjektívne vplyvy.

Všeobecne fraktálom nazývame objekt, ktorého Hausdorffova (fraktálna) dimenzia je väčšia ako topologická.

Pre útvary euklidovej geometrie platí:

$$DT = D \quad (1)$$

Pre fraktálne útvary platí:

$$DT < D \leq E \quad (2)$$

kde E je rozmer (dimenzia) uvažovaného priestoru ($E=1,2,3\dots$), DT je topologická dimenzia a D je fraktálna dimenzia.

Množina sa nazýva fraktál, alebo fraktálna množina, vtedy keď Hausdorffova dimenzia nie je prirodzené číslo. Hausdorffovu dimenziu D nejakej podmnožiny S n-dimenzionálneho euklidovského priestoru dostaneme takto:

Najprv pokryjeme S n-dimenzionálnymi guľami polomeru $\varepsilon > 0$ celkove N(ε) kusmi. D popisuje rast N(ε) pre $\varepsilon \rightarrow 0$, t.j. $N(\varepsilon) \sim \varepsilon^D$.

Na popis nerovnomernosti, rozdrobenosti jedno až trojrozmerných objektov sa veľmi dobre osvedčila fraktálna teória. Ako objekt skúmania v našej práci sú slnečné škvŕny, presnejšie skupiny slnečných škvŕn, ktoré chápeme ako plošný objekt, ktorý má fraktálnu štruktúru (Karlovský, 1992). Existujú rôzne metódy určenia fraktálnej dimenzie, ale v našom prípade sme použili najpriamejšiu metódu, priame meranie objektu mierkami rôznej dĺžky. Pri plošnom útvare sa bude jednať o rôzne velkosti štvorcov. Priame zisťovanie Hausdorffovej dimenzie slnečných škvŕn bolo vykonané z fotografických snímkov podľa formuly:

$$D = \frac{\ln N_j - \ln N_i}{\ln R_j - \ln R_i} \quad (3)$$

kde N_i je počet obsadených štvorcov objektom v mriežke velkosti R_i . N_j je počet obsadených štvorcov objektom v mriežke R_j , a tiež pomocou lineárnej regresie závislosť:

$$\ln N = f(\ln R) \quad (4)$$

Táto závislosť je pri skupinách slnečných škvŕn ako lineárnych fraktáloch (Karlovský, 1992) tvaru:

**HAUSDORFFOVA DIMENZIA
SLNEČNÝCH ŠKVŔN**

Tabuľka 1

Číslo	vonkajšia mierka 10^3 km	Hausdorffova dimenzia (lineárna regresia) D	σ_D
2	108	1.739	0.013
3	192	1.612	0.013
4	119	1.506	0.019
8	73	1.731	0.014
9	78	1.680	0.025
10	290	1.328	0.020
11	173	1.570	0.020
12	173	1.684	0.015
13	187	1.585	0.020
14	39	1.561	0.029
15	204	1.334	0.038
18	276	1.317	0.051
21	181	1.421	0.015
22	217	1.485	0.016
24	206	1.323	0.025
32	110	1.420	0.041
34	121	1.529	0.026
35	121	1.512	0.014
Serpinského trojuholník		1.583 1.5849616 teoretická hodnota	0.022
Kochova krivka		1.212 1.26186 teoretická hodnota	0.029
D – Hausdorffova dimenzia σ_D – smerodajná odchýlka			

Tabuľka 2

č.	dátum	čas UT	región Hale	región McMath	skupina MtWilson	Pozícia	Plocha	Cnt	Typ	CMP
2	22. 7.81	13:43	17751	...	22411	S07 E21	1660	23	DKC	24.2
3	14.10.81	8:34,5	17906	...	22675	S19 W04	1450	74	EKC	14.3
4	22. 7.81	13:43	17748		22405	N15 W09	1020	46	DKI	22.1
8	13. 4.79	8:16		15937	20551	N04 E26	640	10	EKC	15.5
9	17. 4.79	7:06		15937	20551	N04 W26	600	12	DHC	15.5
10	15. 5.81	7:07	17644		22278	N12 E21	830	46	EKI	17.5
11	10.11.80	10:36	17255		21878	S11 E12	1920	62	FKC	11.6
12	10.11.80	14:15	17255		21878	S11 E12	1920	62	FKC	11.6
13	12.11.80	8:30	17255		21878	S11 W13	2500	59	FKC	11.6
14	5. 6.79	6:37		16056	20645	N08 E22	—	—	CHO	—
15	9. 2.81	15:01	17454		22064	N11 E17	770	14	F I	11.2
18	16.10.81	8:12	17906		22675	S18 W30	1450	49	EKC	14.3
vľavo bipolar			17915		22689	S19 W18	200	8	DAO	15.4
21	3.11.81	8:04	17969	vľavo	22733	S11 E15	1460	68	FKI	4.9
22	4.11.81	10:16	17969		22733	S11 E01	2080	75	FKI	4.9
24	5.11.81	14:00	17969		22733	S09 W12	980	49	FKI	4.9
32	2. 6.79	14:13	vpravo	16051	20642	N19 E50	1030	34	DKC	6.3
34	4. 6.79	7:37,5		16051	20642	N20 E23	970	59	EKI	6.3
35	5. 6.79	6:37		16051	20642	N20 E10	630	64	EKI	6.3

$$\ln N = K - D \ln R \quad (5)$$

kde N je počet obsadených štvorcov v mriežke veľkosti R , D je Hausdorffova dimenzia a K je konštantá.

Spracovaných bolo 86 snímkov, pre účely klasifikácie skupín 54 snímkov. Boli vybrané snímky (5 z nich je pre ilustráciu na obr. 1–5), kde sa slnečné škvŕny nachádzali blízko stredu disku Slnka, aby nebolo treba obrazy rektifikovať na skutočný tvar. Pomocou programov pre počítanie PC-AT KARL1 a NEWKARL1 (Bezák, 1992) boli získané Hausdorffove dimenzie pre skupiny slnečných škvŕn, jednotlivé škvŕny a umbry škvŕn (tabuľka 1, 4, 5, 6). Označenie spracovaných skupín škvŕn, ich polohu a klasifikácia podľa McIntosha je v tabuľke 2 a 3. V tab. 2 sú snímky získané v Hlohovci a v tab. 3 snímky z Hvezdárne v R. Sobote (autori: Ke – Kerekešová, Rpy – Rapavý).

Fraktály sú sebepodobné v rôznych mierkach. Pojem sebepodobnosti je matematicky definovaný až k limite $\epsilon \rightarrow 0$, kde ϵ je veľkosť mierky, ale pre reálne objekty je aplikovateľný len v určitých medziach. Tieto sú dané vonkajšou mierkou, ktorá je dané rozmerom celého objektu (časové alebo priestorové) a vnútornou mierkou, ktorá vystihuje najmenší detail, ktorý má význam, alebo ktorý sa dá dosiahnuť v experimente. V prípade slnečných škvŕn je vonkajšou mierkou najväčší rozmer v skupine slnečných škvŕn (pri jednotlivých škvŕnach najväčší rozmer škvŕny aj s penumbrou, pri umbrách jej najväčší rozmer), teda vo väčšine prípadov dĺžka skupiny od kraja penumbry po kraj penumbry škvŕn na okraji skupiny. Vnútornou mierkou je zrejme rozmer slnečnej granulácie, pretože pod týmto rozmerom nemá zmysel hovoriť o škvŕnach. Podľa rôznych autorov (Bray a Loughhead, 1967, Nambra a Diemal, 1969) je priemer granul 1,3" čo je 1000 km, pričom rozmery granul sa pohybujú od 0,5" do 2,5". Ked vezmeme priemernú hodnotu, môžeme teda za

vnútorné merítko pri slnečných škvŕnach považovať hodnotu 1000 km. Skupinu slnečných škvŕn (jednotlivých škvŕn, umbier) preto môžeme charakterizovať ako fraktál takto:

$$L, D, 1 \quad (6)$$

kde L je vonkajšia mierka v tisícoch kilometrov,

D je Hausdorffova dimenzia,

1 je vnútorná mierka v tisícoch kilometrov.

Ked považujeme vnútornú mierku veľkú 1000 km za rovnaké pre všetky skupiny škvŕn, môžeme charakterizáciu zjednodušiť:

$$L, D \quad (7)$$

L charakterizuje celkovú veľkosť skupiny škvŕn v tisícoch kilometrov. D charakterizuje obsadenie priestoru ohraničeného hodnotou L .

Prvý číslo L nahrádza v Zurišskej klasifikácii aj v klasifikácii McIntosha prvé písmeno klasifikácie (A, B, C, D, E, F, H...)

Druhé číslo D – Hausdorffova dimenzia nahrádza v klasifikácii McIntosha (Solar-Geophysical Data, 1972) písmeno, ktoré charakterizuje rozloženie škvŕn v skupine. D pri charakterizácii obsadenia priestoru nahrádza aj charakterizáciu najväčej škvŕny, pretože jej tvar vplýva (a všetkých veľkých škvŕn) na výslednú Hausdorffovu dimensiú skupiny škvŕn.

Prednosťou fraktálnej klasifikácie skupín slnečných škvŕn je hlavne to, že je kvantitatívna a nie iba kvalitatívna a tiež to, že spracovaním obrazu počítačom objektivizuje hodnotenie skupín slnečných škvŕn a v podstate vylučuje subjektívne vplyvy pozorovateľa. Na porovnanie uvádzame hodnoty Hausdorffovej dimenzie s klasifikáciou McIntosha.

1. SKUPINY ŠKVŔN

D	1.1–1.3	1.3–1.4	1.4–1.5	1.5–1.7	1.7–2
Rozloženie škvŕn	i	i	o	c	x
v skupine McIntosh					
Poznámka	veľmi fragment.		jedn.bip. skupiny	samost.	škvŕny

2. JEDNOTLIVÉ ŠKVŔNY

D	1.5–1.7	1.7–2.0
Rozloženie škvŕn		
McIntosh	x	x
Poznámka	nepravidelný okraj penumbry	pravidelný skoro kruhový tvar

Presnosť určenia pri $\ln N$ sa pohybuje od 0.031 do 0.225 pričom sa jedná o krajné hodnoty. Priemerná presnosť je 0.1 a teda určenie Hausdorffovej dimenzie môžeme považovať za signifikantné pri danom rozlíšení snímkov 255×256 pixelov pri hodnote úmernej:

$$\sigma_{\ln N} \approx \sigma_{D \ln R}$$

Kedže pri všetkých snímkach boli použité mriežky minimálne po $R=21$ pixelov je priemerná smerodajná odchýlka určenia Hausdorffovej dimenzie:

$$\sigma_D \leq (\sigma_{\ln N} / 3)$$

Krajné hodnoty smerodajnej odchýlky Hausdorffovej dimenzie budú 0.010–0.075.

LITERATÚRA

- Bezák, J.: Hvezdáreň a planetárium Hlohovec 1992, Program KARLI, NEWKARLI na spracovanie snímkov a výpočet Hausdorffovej dimenzie
 Bray, R. J.; Loughhead, R. E.: 1967, The Solar Granulation, Chapman and Hall
 Karlovský, V.: Fraktály a slnečná aktívita, 11. celoštátny slnečný seminár Donovaly 1.–4.6. 1992, SÚH Hurbanovo
 Nambra, O.; 1969, Diemal, W. E.: Solar Phys. 7,167
 Solar-Geophysical Data, Descriptive Text 1972, NOAA,
 World Data Center A, Boulder, Colo., 25

Tabuľka 3

číslo	dátum	čas UT	autor	NOAA reg.	MtWilson región	Pozícia	Plocha	Cnt	Typ	CMP	
rs1	7.06.1983	05:24	Ke	4201	23694	S08	W27	1450	32	FKC	5.3
rs3	19.07.1983	07:28	Ke	4245	23753	N12	W03	120	6	CSO	19.3
rs4	20.07.1983	06:37	Ke	4245	23753	N14	W11	120	3	CAO	19.3
rs6	11.07.1984	-	Rpy	4537	24109	S09	E16	170	9	DSO	12.8
rs7	12.07.1984	14:28:20	Rpy	4537	24109	S08	E02	150	10	DAO	12.8
rs9	26.10.1989	13:57:55	Rpy	5760		N11	W26	230	5	DAO	24.7
rs10	26.10.1989	14:02:20	Rpy	5754		S20	W03	210	4	DSO	26.4
rs11	26.10.1989	14:02:25	Rpy	5754		S20	W03	210	4	DSO	26.4
rs12	27.10.1989	09:49:45	Rpy	5754		S19	W17	170	2	CSO	26.3
rs13	11.11.1989	11:36:20	Rpy	5783		N19	W21	550	35	FKI	10.0
rs14	23.02.1990	14:43:52	Rpy	5947		S16	E27	650	37	DKC	25.7
rs15	23.02.1990	15:01:26	Rpy	5946		N04	W33	130	6	DAO	21.6
rs16	8.03.1990	12:52:17	Rpy	5965		S11	W02	420	39	DKO	8.3
rs17	8.03.1990	11:33:35	Rpy	5965		S11	W02	420	39	DKO	8.3
rs18	10.03.1990	09:57:26	Rpy	5965		S11	W29	330	11	DKO	8.3
rs19	12.03.1990	11:58:16	Rpy	5966		N11	W23	30	6	BXO	10.9
rs20	13.03.1990	12:34:32	Rpy	5967		N19	E05	170	6	CAO	14.1
rs21	13.03.1990	14:30:36	Rpy	5967		N19	E05	170	6	CAO	14.1
rs22	20.03.1990	13:56:48	Rpy	5978		N17	E11	150	12	DAI	21.4
rs23	20.03.1990	13:58:49	Rpy	5974		S33	W02	390	23	FKI	20.4
rs24	21.03.1990	11:46:55	Rpy	5978		N17	W02	130	16	CAI	21.5
rs25	21.03.1990	11:51:35	Rpy	5974		S33	W13	560	27	FAI	20.6
rs26	22.03.1990	07:54:13	Rpy	5984		S14	E18	250	8	DKO	23.7
rs27	15.05.1990	09:43:43	Rpy	6060		N22	E05	90	8	DSO	16.0
rs28	16.05.1990	14:48:32	Rpy	6060		N23	W08	140	11	DAO	16.0
rs29	17.05.1990	06:38:28	Rpy	6064		S15	E25	1450	81	EKI	19.0
rs30	22.05.1990	08:53:33	Rpy	6070		S19	E21	340	18	DKO	24.1
rs31	18.06.1990	10:37:30	Rpy	6107		S09	E07	90	7	CAO	19.1
rs32	26.08.1990	10:46:04	Rpy	6228		S07	W01	330	28	DKI	26.5
rs33	26.08.1990	10:56:46	Rpy	6228		S07	W01	330	28	DKI	26.5
rs34	27.08.1990	15:15:25	Rpy	6228		S06	W12	190	11	DAO	26.7
rs35	16.09.1990	11:17:34	Rpy	6268		N21	E19	230	15	EAO	17.9
rs36	16.09.1990	11:21:11	Rpy	6267		S12	E15	260	31	EKO	17.6
rs37	17.09.1990	15:20:06	Rpy	6267		S13	E01	350	23	EAO	17.6
rs38	10.10.1990	12:13:06	Rpy			S16	W13				
rs39	10.10.1990	12:13:08	Rpy			S16	W13				
rs45	19.01.1991	11:07:03	Rpy	6455		S13	W28	280	25	EAO	17.4

Tabuľka 4

Číslo snímku	vonkajšia mierka 10^3 km	Hausdorffova dimenzia (lineárna regresia)	σ_D
rs1	162	1.607	0.025
rs3	30	1.513	0.039
rs4	25	1.394	0.053
rs6	95	1.408	0.075
rs7	105	1.293	0.031
rs9	96	1.091	0.028
rs10	57	1.411	0.038
rs11	56	1.395	0.031
rs12	57	1.366	0.039
rs13	202	1.380	0.031
rs14	189	1.419	0.029
rs15	121	1.352	0.046
rs16	123	1.449	0.027
rs17	123	1.490	0.022
rs18	107	1.548	0.021
rs19	46	1.259	0.067
rs20	48	1.515	0.025
rs21	49	1.356	0.035
rs22	97	1.129	0.031
rs23	219	1.322	0.016
rs24	94	1.094	0.037
rs25	220	1.332	0.015
rs26	89	1.202	0.029
rs27	125	1.175	0.040
rs28	129	1.201	0.027
rs29	183	1.626	0.020
rs30	116	1.364	0.029
rs31	130	1.131	0.047
rs32	117	1.306	0.022
rs33	115	1.259	0.031
rs34	126	1.330	0.035
rs35	117	1.398	0.031
rs36	146	1.301	0.031
rs37	164	1.235	0.023
rs38	80	1.548	0.031
rs39	79	1.505	0.025
rs45	127	1.297	0.023

Tabuľka 5

**HODNOTY DIMENZIÍ
PRE JEDNOTLIVÉ ŠKVRNY:**

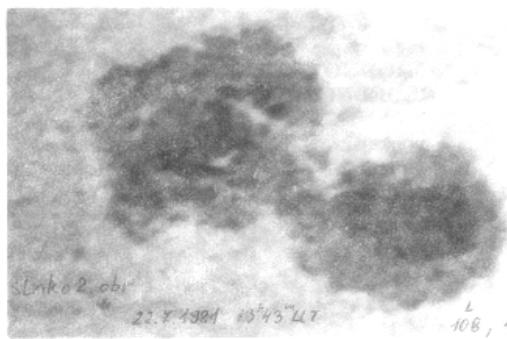
Číslo snímku	vonkajšia mierka 10^3 km	Hausdorffova dimenzia (lineárna regresia)	σ_D
9	56	1.710	0.018
14	29	1.706	0.034
15	24	1.645	0.061
35	29	1.584	0.064
rs11	31	1.512	0.041
rs21	33	1.625	0.031
rs43	26	1.522	0.039

Tabuľka 6

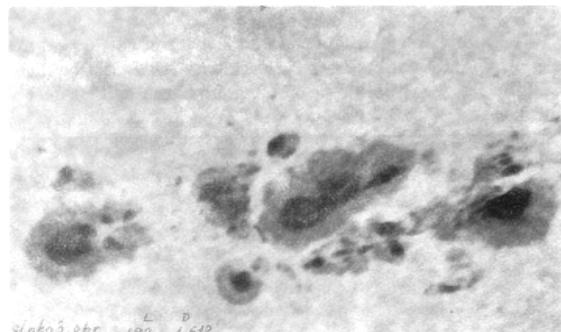
**HODNOTY DIMENZIÍ
PRE RÓZNE UMBRY:**

Číslo snímku	vonkajšia mierka 10^3 km	Hausdorffova dimenzia (lineárna regresia)	σ_D
2	37	1.634	0.026
4	58	1.494	0.013
8	33	1.624	0.022
14	25	1.550	0.027
21	64	1.379	0.017
35	45	1.397	0.037
rs44	33	1.475	0.053
rs46	25	1.243	0.034
rs48	51	1.235	0.056
rs49	59	1.390	0.025

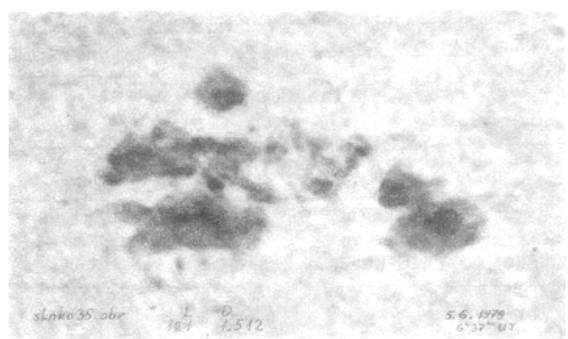
12. Celostátny slnečný seminár, Teplý vrch 1994



Obr. 1



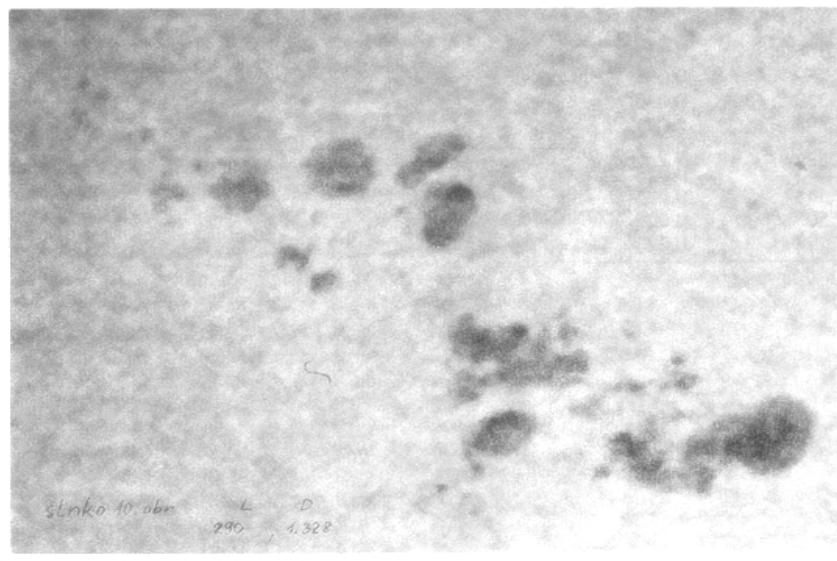
Obr. 2



Obr. 3



Obr. 4



Obr. 5

Na obrázkoch sú uvedené príklady skupín slnečných škvŕn kde L je veľkosť skupiny škvŕn v tisícach kilometrov a D je hustota Hausdorffovej dimenzie.